

Теоретикалық сұрақтары (Математика 1)

- 1) Матрицалар және оларға қолданылатын амалдар. Екі матрицаны көбейту.
- 2) Екінші және үшінші ретті анықтауыш, оның есептелуі. Анықтауыштардың негізгі қасиеттері.
- 3) Матрицаның рангі және оны табу әдістері. Кері матрицаның анықтамасы және есептелінуі.
- 4) Сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің әдістері : Крамер және матрицалық әдісі.
- 5) Сызықтық теңдеулер жүйесін Гаусс әдісімен шешу.
- 6) Вектордың анықтамасы. Векторларға қолданылатын амалдар. Вектор ұзындығының есептелінуі.
- 7) Скаляр көбейтіндінің анықтамасы және формуласы. Скаляр көбейтіндінің механикалық мағынасы.
- 8) Векторлардың аралас көбейтіндісі Векторлық және аралас көбейтінділердің геометриялық мағынасы.
- 9) Жазықтықтағы түзудің теңдеуі. Бұрыштық коэффициенттің геометриялық мағынасы. Жазықтықтағы екі түзудің параллельдік және перпендикулярлық шарттары.
- 10) Эллипстің, гиперболаның, параболаның анықтамасы және олардың канондық теңдеулері.
- 11) Функцияның анықтамасы. Функцияның анықталу облысы. Тақ және жұп функциялардың анықтамасы, мысалдар.
- 12) Тізбектің шегінің анықтамасы. Функция шегінің анықтамасы. Функциялардың шектері туралы негізгі теоремалар.
- 13) Бірінші тамаша шек және оның дәлелдеуі. Екінші тамаша шектің қолдануы.
- 14) Функцияның нүктедегі үзіліссіздігінің анықтамасы. Үзіліс нүктелерінің түрлері.
- 15) Туындының анықтамасы. Механикалық және геометриялық мағынасы.
- 16) Функцияның дифференциалының анықтамасы. Жуықтап есептеуде дифференциалдың қолдануы
- 17) Ролл теоремасы және оның геометриялық мағынасы.
- 18) Лагранж теоремасы және оның геометриялық мағынасы.
- 19) Лопиталь ережесі және оның қолдануы.
- 20) Функцияның экстремум нүктелерінің анықтамасы. Экстремумның қажетті шарты. Экстремумның жеткілікті шарты.
- 21) Иілу нүктесін және ойыс, дөңес аймағын анықтау.
- 22) Функция графигінің асимптоталарын табу.
- 23) Алғашқы функцияның анықтамасы. Анықталмаған интегралдың анықтамасы. Анықталмаған интегралда айнымалыны алмастыру.
- 24) Бөліктеп интегралдау формуласы. Құрамында квадрат үшмүшелігі бар функцияны интегралдау.
- 25) Анықталған интегралдың анықтамасы. Ньютон–Лейбниц формуласы.

Кейбір есептер (Математика 1)

(матрицалар, анықтауыштар, теңдеулер жүйесі, функцияның шегі, векторлар, аналитикалық геометрия)

1. Теңдеулер жүйесінің үйлесімділігін тексеріп және егер үйлесімді болса, оны шешіңіз: а) Крамер формулалары арқылы; б) кері матрицаны қолдану арқылы (матрицалық әдіспен); с) Гаусс әдіспен.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Теңдеулер жүйесінің үйлесімділігін тексеріп және егер үйлесімді болса, оны шешіңіз: а) Крамер формулалары арқылы; б) кері матрицаны қолдану арқылы (матрицалық әдіспен); с) Гаусс әдіспен.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

3. Анықтауышты есепте:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Анықтауышты есепте:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 9 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

5. A және B матрицалары берілген. Табу керек : а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. A және B матрицалары берілген. Табу керек : а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. а) Бірінші тамаша шекті қолданып, шекті табыңыз: $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$.

б) $P(5,2)$ нүктесі арқылы өтетін және координат осьтерін тең кесіндіде қиятын түзудің теңдеуін жазыңыз.

8. а) Бірінші тамаша шекті қолданып, шекті табыңыз: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x \sin x} - \cos x}$.

б) Координаталар басы арқылы өтетін және $y = 2x + 5$ түзуімен 45° бұрыш жасайтын түзудің теңдеуін жазыңыз.

9. а) Екінші тамаша шекті қолданып, шекті табыңыз: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$.

б) $3x - 2y - 7 = 0$ және $x + 3y - 6 = 0$ түзулердің қиылысу нүктесі арқылы өтетін және абсиссаны 3-ке тең кесіндіде қиятын түзудің теңдеуін табыңыз.

10. а) Шекті есептеңіз: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-2}$.

б) $\vec{a} = (3, -5, 8)$ және $\vec{b} = (-1, 1, -4)$ векторларға салынған параллелограммның диагональдарының ұзындығын табыңыз.

11. а) Шекті есептеңіз: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^4} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2 + 2x^3}$.

б) $\vec{a} = \{3; -1; -2\}$ және $\vec{b} = \{1; 2; -1\}$ векторлары берілген. Келесі векторлық көбейтінділердің координаталарын табыңыз: (1) $\vec{a} \times \vec{b}$; (2) $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$

12. а) Шекті есептеңіз: $\lim_{x \rightarrow \infty} (x(\sqrt{x^2+5} - \sqrt{x^2+1}))$.

б) Төбелері $A(1;2;3)$, $B(7;3;2)$, $C(-3;0;6)$ және $D(9;2;4)$ болатын төртбұрыштың диагональдары өзара перпендикуляр екендігін дәлелдеңіз.

13. а) Шекті есептеңіз: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$.

б) Эллипс $M(-2\sqrt{5}, 2)$ нүктесінен өтеді және кіші өсі 3-ке тең. Эллипстың канондық теңдеуін жазыңыз.

14. а) Екінші тамаша шекті қолданып, шекті табыңыз: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}$.

б) Шеңбер $A(1,1)$, $B(1,-1)$ және $C(2,0)$ нүктелерінен өтеді. Шеңбердің теңдеуін жазыңыз.

15. A , B және C матрицалары берілген. $A(BC)$, $(AB)C$ -ні табыңыз және $(AB)C = A(BC)$ екенін көрсетіңіз.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -6 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 14 \\ -2 & -30 \end{pmatrix}$$

16. Элементар түрлендіру әдісімен A матрицасының рангын табыңыз :

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 1 & -7 & -5 & -5 \\ -2 & 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

17. Элементар түрлендіру әдісімен A матрицасының рангын табыңыз :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 15 & 7 & 11 \\ 11 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

(туындыны табу, интегралдау)

1. а) $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$ функциясының $x_0 = 1$ нүктесіне жүргізілген жанаманың және нормальдың теңдеуін жазыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 7}$

2. а) $x^2 + y^2 = 25$ шеңберінің $M(3, -4)$ нүктесіне жүргізілген нормальдың теңдеуін жазыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int ctg^3 2x dx$

3. а) Функцияның туындысын табыңыз : $y = (\sin^2 x)/(x^3 + 1)$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \sin^3(1 - 3x) dx$.

4. а) Функцияның туындысын табыңыз : $y = \ln(x^4 - \sin^3 x)$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x \ln x} dx$.

5. а) Функцияның туындысын табыңыз : $y = (1 + x^4)^{87x}$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx$.

6. а) Функцияның экстремумдарын табыңыз : $y = x \ln^2 x$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^2} dx$.

7. а) Функцияның экстремумдарын табыңыз : $y = x - \ln(1 + x)$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \ln^2 x dx$.

8. а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ функцияның $[-1, 5]$ кесіндідегі ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$.

9. а) $y = x^2 \ln x$ функцияның иілу нүктелерін және дөңес, ойыс интервалын табыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{x^2}{x^4 - 1} dx$.

10. а) $y = \ln(1 + x^2)$ функцияның иілу нүктелерін және дөңес, ойыс интервалын табыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{2x dx}{(x+1)(x^2+1)^2}$.

11. а) $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$ функциясының графигінің асимптоталарын табыңыз.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{4dx}{x(x^2+4)}$.

12. а) Егер шардың радиусы $R = 15$ см, 2 мм-ге ұзартылса, онда шардың көлемі шамамен қаншаға өзгереді? (функцияның дифференциалын қолдану керек)

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int x \cos 3x dx$.

13. а) Функцияның туындысын табыңыз : $y = (\sin 3x)^{\cos 5x}$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-2}}$.

14. а) Айқындалмаған y функциясының туындысын табыңыз : $x^2 + y^2 = \ln \frac{y}{x} + 5$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^4}}$.

15. а) Айқындалмаған y функциясының туындысын табыңыз : $x \sin y + y \sin x = 1$.

б) Анықталмаған интегралды табыңыз : $\int x^3 e^{-\frac{x}{3}} dx$.